



Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Enero-Marzo 2008

Nombre: _____

Carnet: _____ Sección: _____

MA-3111—Primer Parcial, lunes 3-3-2008, 35%— 2:30 p.m.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE; $a \in \mathbb{R}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

$u(x)$	$U(z)$
$\alpha u(x) + \beta v(x)$	$\alpha U(z) + \beta V(z)$
$u'_{gen}(x)$	$zU(z)$
$u^{(k)}_{gen}(x)$	$z^k U(z)$
$xu(x)$	$-U'(z)$
$u(x-a)$	$U(z)e^{-az}$
$e^{\alpha x}u(x)$	$U(z-\alpha)$
$u * v(x)$	$U(z)V(z)$

 \rightarrow

$u(x)$	$U(z)$
$\delta(x)$	1
$\delta^{(k)}(x)$	z^k
$\delta^{(k)}(x-a)$	$z^k e^{-az}$
$H(x)$	$\frac{1}{z}$
$H(x)e^{\alpha x}$	$\frac{1}{z-\alpha}$
$H(x)\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{z^k}$

 \rightarrow

$u(x)$	$U(z)$
$H(x)e^{\alpha x}\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$H(x)\sin(ax)$	$\frac{a}{z^2+a^2}$
$H(x)\cos(ax)$	$\frac{z}{z^2+a^2}$
$H(x)\sinh(ax)$	$\frac{a}{z^2-a^2}$
$H(x)\cosh(ax)$	$\frac{z}{z^2-a^2}$

- (7 pts.) Halle la transformada de Laplace inversa de: $\frac{e^{-az}(1-e^{-bz})}{z}$, donde a y b son dos números reales. Grafica la función resultante.
- (8 pts.) Resuelva el siguiente problema de Cauchy reduciendo a funciones causales.

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) - 3y(x) = 5e^{-x} \\ y(1) = -1 \\ y'(1) = 0 \end{cases}$$

- (10 puntos) Sea la función 2π -periódica definida en el intervalo $(-\pi, \pi)$ por $\cosh(\mu x)$, donde $\mu \in \mathbb{R}$ a) Grafica la función en $(0, 5)$.
b) Calcula los coeficientes de fourier a_n y b_n .
c) Estudiando la convergencia de la serie en un punto adecuado suma la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \mu^2}$$

- d) Usando la identidad de Parseval encuentre el valor de la suma

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n^2 + \mu^2)^2}$$

- (10 puntos) Resolver el sistema

$$\begin{aligned} u_{xx}(x, t) &= 2u_t(x, t) + u(x, t) & x \in (0, 1), \quad t > 0 \\ u(0, t) &= u_x(1, t) = 0 & t > 0 \\ u(x, 0) &= 1 \end{aligned}$$